

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Algebra im Alltag	1
1.1	Der PageRank-Algorithmus	1
1.2	Schadensfreiheitsklassen in der Kraftfahrzeug-Versicherung	3
1.3	Produktionsplanung in einem verarbeitenden Betrieb	5
1.4	Lineare Regression	6
1.5	Schaltkreissimulation	7
2	Mathematische Grundbegriffe	11
2.1	Mengen und Aussagen	11
2.2	Abbildungen	18
2.3	Relationen	22
2.4	Vollständige Induktion	26
	Aufgaben	27
3	Algebraische Strukturen	29
3.1	Gruppen	29
3.2	Ringe	32
3.3	Körper	37
	Aufgaben	40
4	Matrizen	45
4.1	Grundlegende Definitionen und Operationen	45
4.2	Matrizengruppen und -ringe	53
	Aufgaben	60
5	Die Treppennormalform und der Rang von Matrizen	65
5.1	Elementarmatrizen	65
5.2	Die Treppennormalform und der Gauß'sche Algorithmus	67
5.3	Rang und Äquivalenz von Matrizen	77
	Aufgaben	83

6	Lineare Gleichungssysteme	87
	Aufgaben	93
7	Determinanten von Matrizen	95
7.1	Definition der Determinante	95
7.2	Einige Eigenschaften der Determinante	99
7.3	Minoren und die Laplace-Entwicklung	106
	Aufgaben	113
8	Das charakteristische Polynom und Eigenwerte von Matrizen	117
8.1	Das charakteristische Polynom und der Satz von Cayley-Hamilton	117
8.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	123
8.3	Eigenvektoren stochastischer Matrizen	126
	Aufgaben	129
9	Vektorräume	131
9.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	131
9.2	Basen und Dimension von Vektorräumen	135
9.3	Koordinaten und Basisübergang	144
9.4	Beziehungen zwischen Vektorräumen und ihren Dimensionen	149
	Aufgaben	153
10	Lineare Abbildungen	157
10.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	157
10.2	Lineare Abbildungen und Matrizen	167
	Aufgaben	177
11	Linearformen und Bilinearformen	181
11.1	Linearformen und Dualräume	181
11.2	Bilinearformen	187
11.3	Sesquilinearformen	193
	Aufgaben	196
12	Euklidische und unitäre Vektorräume	201
12.1	Skalarprodukte und Normen	201
12.2	Orthogonalität	207
12.3	Das Vektor-Produkt im $\mathbb{R}^{3,1}$	218
	Aufgaben	220
13	Adjungierte lineare Abbildungen	225
13.1	Adjungierte in endlichdimensionalen K -Vektorräumen	225
13.2	Adjungierte in endlichdimensionalen euklidischen und unitären Vektorräumen	229
	Aufgaben	236

14	Eigenwerte von Endomorphismen	239
14.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	239
14.2	Diagonalisierung	244
14.3	Triangulierung und der Satz von Schur	250
	Aufgaben	254
15	Polynome und der Fundamentalsatz der Algebra	257
15.1	Polynome	257
15.2	Der Fundamentalsatz der Algebra	263
	Aufgaben	270
16	Zyklische Unterräume, Dualität und die Jordan-Normalform	273
16.1	Zyklische f -invariante Unterräume und Dualität	273
16.2	Die Jordan-Normalform	280
16.3	Berechnung der Jordan-Normalform	292
	Aufgaben	297
17	Matrix-Funktionen und Differenzialgleichungssysteme	301
17.1	Matrix-Funktionen und die Matrix-Exponentialfunktion	301
17.2	Systeme linearer gewöhnlicher Differenzialgleichungen	310
	Aufgaben	319
18	Spezielle Klassen von Endomorphismen	321
18.1	Normale Endomorphismen	321
18.2	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	327
18.3	Selbstadjungierte Endomorphismen	333
	Aufgaben	343
19	Die Singulärwertzerlegung	349
	Aufgaben	357
20	Das Kronecker-Produkt und lineare Matrixgleichungen	359
	Aufgaben	367
	Anhang A: MATLAB Kurzeinführung	369
	Anhang B: Matrix-Zerlegungen	373
	Anhang C: Das griechische Alphabet	375
	Anhang D: Literatur	377
	Weiterführende Literatur	379
	Stichwortverzeichnis	381