

Inhalt

Vorwort zur zweiten Auflage

v

Einleitung zur ersten Auflage

vii

1	Mengentheoretische Grundlagen	1
1.1	Der Cantorsche Mengenbegriff	1
1.2	Einige Konstruktionen auf Mengen	7
1.3	Potenzmengen und Kardinalitäten	15
1.4	Relationen und Funktionen	20
1.5	Ergänzungen zum Funktionsbegriff	27
1.6	Übungsaufgaben	30
2	Logische Grundlagen	33
2.1	Sprache und Ausdrucksweise der Mathematik	33
2.2	Grundlagen der Aussagenlogik	35
2.3	Grundlagen der Prädikatenlogik	44
2.4	Die Grenzen des naiven Mengenbegriffs	57
2.5	Übungsaufgaben	59
3	Allgemeine direkte Produkte und Datenstrukturen	63
3.1	Tupel, Folgen und Familien	63
3.2	Lineare Listen	68
3.3	Knotenmarkierte Binärbäume	74
3.4	Zur induktiven Definition von Mengen	80
3.5	Übungsaufgaben	82
4	Mathematische Beweise	85
4.1	Direkte Beweise	85
4.2	Indirekte Beweise	87
4.3	Beweise durch Widerspruch	89
4.4	Induktionsbeweise	94
4.5	Einige Hinweise zum Finden von Beweisen	103
4.6	Übungsaufgaben	114
5	Anwendung: Spezifikation und Programmverifikation	117
5.1	Imperative Programmierung	117
5.2	Partielle Korrektheit und ein Verifikationskalkül	120
5.3	Beweisverpflichtungen und Programmkonstruktion	125
5.4	Totale Korrektheit und Terminierung	135
5.5	Bemerkungen zu logischen Kalkülen	139
5.6	Übungsaufgaben	141
6	Spezielle Funktionen	145
6.1	Injektivität, Surjektivität und Bijektivität	145
6.2	Kardinalitätsvergleich von Mengen	158
6.3	Wachstum spezieller Funktionen	166

6.4	Zur Berechenbarkeit von Funktionen	177
6.5	Übungsaufgaben	179
7	Spezielle Relationen und gerichtete Graphen	183
7.1	Äquivalenzrelationen und Partitionen	183
7.2	Ordnungsrelationen und geordnete Mengen	192
7.3	Grundbegriffe gerichteter Graphen	206
7.4	Bemerkungen zu mehrstelligen Relationen	219
7.5	Übungsaufgaben	220
8	Elementare Kombinatorik und ungerichtete Graphen	223
8.1	Fakultäten und Binomialkoeffizienten	223
8.2	Grundbegriffe ungerichteter Graphen	236
8.3	Dünne ungerichtete Graphen	245
8.4	Variationen des Graphenbegriffs	254
8.5	Übungsaufgaben	256
9	Grundbegriffe algebraischer Strukturen	259
9.1	Homogene algebraische Strukturen	259
9.2	Strukturerhaltende Funktionen	270
9.3	Unterstrukturen	277
9.4	Produkt- und Quotientenstrukturen	283
9.5	Der Körper der komplexen Zahlen	292
9.6	Einige Ergänzungen zum mathematischen Strukturbegriff	300
9.7	Übungsaufgaben	304
10	Anwendung: Generische Programmierung	307
10.1	Einige motivierende Beispiele	307
10.2	Berechnung minimaler und maximaler Teilmengen	314
10.3	Anwendungen und Erweiterungen	319
10.4	Bemerkungen zum Lösen schwieriger Optimierungsprobleme	332
10.5	Übungsaufgaben	334
11	Anhang: Formale Einführung der natürlichen Zahlen	337
11.1	Axiomatische Einführung mittels Peano-Strukturen	337
11.2	Eindeutigkeit und Existenz von Peano-Strukturen	342
11.3	Arithmetische Operationen	348
11.4	Die Standard-Ordnungsrelation der natürlichen Zahlen	354
11.5	Übungsaufgaben	359
12	Anhang: Einige Literaturhinweise	361
	Index	367