Funktionen

$$\begin{aligned} f \text{ gerade} &\Longleftrightarrow f(x) = f(-x) \text{ für alle } x \\ f \text{ ungerade} &\Longleftrightarrow f(x) = -f(-x) \text{ für alle } x \\ f\ T\text{-periodisch} &\Longleftrightarrow f(x+T) = f(x) \text{ für alle } x \end{aligned}$$

Gradient

$$\nabla f(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1}(\boldsymbol{x}) \\ \frac{\partial f}{\partial x_2}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix}$$

Hesse-Matrix

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_1}(\boldsymbol{x}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}(\boldsymbol{x}) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2\,\partial x_1}(\boldsymbol{x}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2\,\partial x_2}(\boldsymbol{x}) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2\,\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n\,\partial x_1}(\boldsymbol{x}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n\,\partial x_2}(\boldsymbol{x}) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n\,\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix}$$

Fourier-Reihe

Fourier-Reihe für eine T-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, wobei $\omega = \frac{2\pi}{T}$:

$$FR(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,k\omega t}$$

mit den **Fourier-Koeffizienten**

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos(k\omega t)\,\mathrm{d}t &&= 2\,\mathrm{Re}\,c_k \text{ für } k = 0, 1, 2, \ldots \\ b_k &= \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\sin(k\omega t)\,\mathrm{d}t &&= -2\,\mathrm{Im}\,c_k \text{ für } k = 1, 2, \ldots \\ c_k &= \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\omega t}\,\mathrm{d}t &&= \begin{cases} \frac{a_k - \mathrm{j}\,b_k}{2} & \text{falls } k > 0 \\ \frac{a_{-k} + \mathrm{j}\,b_{-k}}{2} & \text{falls } k < 0 \end{cases}, \quad c_0 = \frac{a_0}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \text{ gerade} &\iff b_k = 0 &&\iff c_k \in \mathbb{R} \\ f \text{ ungerade} &\iff a_k = 0 &&\iff \mathrm{Re}\,c_k = 0 \end{aligned}$$

Transformationen

$$\begin{aligned} \textbf{Fourier – Transformation} \quad F(\mathrm{j}\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t \\ \textbf{Laplace – Transformation} \quad F(s) &= \int_{0}^{\infty} f(t)\,\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \\ \boldsymbol{z}\textbf{–Transformation} \quad F(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k} \end{aligned}$$

Korrespondenzen $f(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, F(\mathrm{j}\omega)$ der Fourier-Transformation

$f(t)$	$F(\mathrm{j}\omega)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$\mathrm{sgn}(t)$	$\frac{2}{\mathrm{j}\omega}$
$U(t)$	$\frac{1}{\mathrm{j}\omega}+\pi\delta(\omega)$
$\mathrm{rect}_a(t)$	$2a\,\mathrm{sinc}(a\omega)$
$\mathrm{tri}_a(t)$	$a\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{a\omega}{2}\right)$
$\mathrm{sinc}(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{\omega_0}\mathrm{rect}_{\omega_0}(\omega)$
$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
$\sin(\omega_0 t)$	$\mathrm{j}\pi\left(\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)\right)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi(\delta\left(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)\right)$
$U(t)\cdot\mathrm{e}^{-\alpha t} \quad (\alpha>0)$	$\frac{1}{\alpha+\mathrm{j}\omega}$
$\frac{U(t)}{\beta-\alpha}\left(\mathrm{e}^{-\alpha t}-\mathrm{e}^{-\beta t}\right) \quad (\alpha,\beta>0,\alpha\neq\beta)$	$\frac{1}{(\alpha+\mathrm{j}\omega)(\beta+\mathrm{j}\omega)}$
$U(t)\cdot\mathrm{e}^{-\alpha t}\cdot\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (\alpha>0)$	$\frac{1}{(\alpha+\mathrm{j}\omega)^n}$
$U(t)\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2}+\frac{\mathrm{j}\pi}{2}\left(\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)\right)$
$U(t)\cos(\omega_0 t)$	$\frac{\mathrm{j}\omega}{\omega_0^2-\omega^2}+\frac{\pi}{2}\left(\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)\right)$
$U(t)\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega_0 t) \quad (\alpha>0)$	$\frac{\omega_0}{(\alpha+\mathrm{j}\omega)^2+\omega_0^2}$
$U(t)\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\omega_0 t) \quad (\alpha>0)$	$\frac{\alpha+\mathrm{j}\omega}{(\alpha+\mathrm{j}\omega)^2+\omega_0^2}$
$\mathrm{e}^{-\alpha\|t\|} \quad (\alpha>0)$	$\frac{2\alpha}{\omega^2+\alpha^2}$
t^{-1}	$-\mathrm{j}\pi\,\mathrm{sgn}(\omega)$
$\|t\|$	$-\frac{2}{\omega^2}$

Korrespondenzen $F(s) \bullet\!\!-\!\!\circ\, f(t)$ der Laplace-Transformation

$F(s)$	$f(t)$
e^{-st_0}	$\delta(t-t_0),\ t_0>0$
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s^n} \quad (n=1,2,3,\ldots)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)\,!}$
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
$\frac{1}{(s-a)^n} \quad (n=1,2,3,\ldots)$	$\frac{1}{(n-1)\,!}\cdot t^{n-1}\,e^{at}$
$\frac{1}{(s-a)(s-b)} \quad (a\neq b)$	$\frac{1}{(a-b)}\left(e^{at}-e^{bt}\right)$
$\frac{s}{(s-a)(s-b)} \quad (a\neq b)$	$\frac{1}{a-b}\left(a\,e^{at}-b\,e^{bt}\right)$
$\frac{1}{s^2+\omega^2}$	$\frac{1}{\omega}\sin\omega t$
$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\cos\omega t$
$\frac{1}{s^2-a^2}$	$\frac{1}{a}\sinh at$
$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh at$
$\frac{1}{(s-a)^2+\omega^2}$	$\frac{1}{\omega}e^{at}\sin\omega t$
$\frac{s-a}{(s-a)^2+\omega^2}$	$e^{at}\cos\omega t$
$\frac{1}{s\,(s^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^2}(1-\cos\omega t)$
$\frac{1}{s^2(s^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^3}(\omega t-\sin\omega t)$
$\frac{1}{(s^2+\omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega^3}(\sin\omega t-\omega t\cos\omega t)$
$\frac{s}{(s^2+\omega^2)^2}$	$\frac{t}{2\omega}\sin\omega t$
$\frac{s^2}{(s^2+\omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega}(\sin\omega t+\omega t\cos\omega t)$
$\frac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)} \quad (a^2\neq b^2)$	$\frac{1}{b^2-a^2}(\cos at-\cos bt)$

Grundfunktionen in MATLAB

Ausdruck	in MATLAB
π	`pi`
$\sqrt{2}$	`sqrt(2)`
$\ln 3$	`log(3)`
e^4	`exp(4)`
$4.2 \cdot 10^{-2}$	`4.2e-2`
$\lvert 3.7 \rvert$	`abs(3.7)`
$\cos 2^\circ$	`cosd(2)`
$\cos 2$ (Bogenmaß)	`cos(2)`
$10\,!$	`factorial(10)`
$a + b\mathrm{j} \quad (a, b \in \mathbb{R})$	`a+b*i`, `a+b*j`
$\bar{z} \quad (z \in \mathbb{C})$	`conj(z)`
$\arg(z) \quad (\operatorname{Im} z \geq 0)$	`angle(z)`
$\arg(z) \quad (\operatorname{Im} z < 0)$	`angle(z)+2*pi`

Lineare Algebra in MATLAB

Ausdruck	in MATLAB
$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	`a = [1; 2; 3]`
$\lVert \boldsymbol{a} \rVert$ (Euklidische Norm)	`norm(a)`
$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$	`dot(a,b)`
$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	`A = [1 2 3; 4 5 6]`
dritte Spalte von $\boldsymbol{A}$	`A(:,3)`
zweite Zeile von $\boldsymbol{A}$	`A(2,:)`
Rang von $\boldsymbol{A}$	`rank(A)`
$\det \boldsymbol{A}$	`det(A)`
$\operatorname{tr} \boldsymbol{A}$ (Spur von $\boldsymbol{A}$)	`trace(A)`
$\boldsymbol{A}^T$	`A'`
Lösung von $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$	`linsolve(A,b)`, `A\b`
char. Polynom von $\boldsymbol{A}$	`poly(A)`
Eigenwerte von $\boldsymbol{A}$	`eig(A)`
Eigenvektoren, -werte von $\boldsymbol{A}$	`[V,D]=eig(A)`
QR-Zerlegung von $\boldsymbol{A}$	`[Q,R]=qr(A)`

Differenzial- und Integralrechnung in MATLAB

Ausdruck	in MATLAB
Gitter generieren	`meshgrid(X,Y)`
Höhenlinien generieren	`contour(X,Y,Z)`
Minimum von $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ bei $\boldsymbol{x0} \in \mathbb{R}^n$ suchen	`fminsearch(@f,x0)`
$\int_{a1}^{b1} \left(\int_{a2}^{b2} f(x,y)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$	`dblquad(@f,a1,b1,a2,b2)`
Richtungsfeld generieren	`quiver(X,Y,DX,DY)`
$y' = f(t,y),\ y(a) = y0$ auf $[a,b]$ lösen	`[tnum,ynum] = ode45(@f,[a b],y0)`