

Inhalt

1	Mengen, Relationen und Funktionen	11
1.1	Mengen	11
1.2	Variable – Virtuelle Speicherplätze	14
1.3	Aussagen, Formeln und Lösungsmengen	17
1.4	Noch einmal Mengen	20
1.5	Beziehungskisten – Relationen	23
1.6	Graphen sind keine Grafen	28
1.7	Funktionen	32
1.8	Umkehrfunktionen	35
1.9	Explizite Darstellung von Funktionen	37
1.10	Abbildungen sind auch Funktionen	43
1.11	Auch Verknüpfungen sind Funktionen	46
1.12	Aus Zwei mach Eins – ein Ausflug in die mathematische Logik	50
1.13	Wenn dann und genau dann, wenn	56
1.14	Dienstbare Geister auf Rechnern – Funktionsunterprogramme	61
1.15	Verknüpfungen von Mengen	67
1.16	Unterwegs auf dem Zahlenstrahl – Intervalle	70
1.17	Quantoren – oder wie viel darf es denn sein?	73
2	Zahlen, Rechenregeln und Algebraische Strukturen	78
2.1	Abzählprinzipien – Addition	78
2.2	Abzählprinzipien – Multiplizieren	82
2.3	Abzählprinzipien – Multiplizieren und Addieren	84
2.4	Ganze Zahlen	87
2.5	Ganze Zahlen kann man auch multiplizieren	90
2.6	Subtraktionen gibt es auch noch	92
2.7	Die Likedeeler und das Teilen – Rationale Zahlen	98
2.8	Gruppen, Ringe und Körper	102
2.9	Bruchrechnung – der Schrecken von Klasse 6	105
2.10	Potenzen	115
2.11	Tante Sally erweitert Punkt-vor-Strich	121
2.12	Binomische Formeln	123

3	Darstellung von Zahlen	128
3.1	Stellenwertsysteme	128
3.2	Dezimalbrüche	132
3.3	Periodische Dezimalbrüche	136
3.4	Keine Angst vor unendlichen Summen	140
3.5	Reelle Zahlen	144
3.6	Irrationalzahlen in der Praxis	150
4	In die Praxis fertig los – Größen und ihre Darstellung	152
4.1	Größen	152
4.2	Gleitkommazahlen	160
4.3	Präfixe – Vorsatzzeichen	165
5	Die wichtigsten Werkzeuge der Praxis	169
5.1	Ebene Winkel – mehr dahinter, als man denkt	169
5.2	Grafische Darstellung in Koordinatensystemen	181
5.3	Proportionalitäten und Lineare Funktionen	187
5.4	Der Differenzenquotient	194
5.5	Der Differenzialquotient	198
5.6	Ableitungsfunktionen	201
5.7	Von Stammfunktionen und Integralen	210
5.8	Bestimmte Integrale	216
6	Maße für die Welt	219
6.1	Das Meter	219
6.2	Sekunde und Meter pro Sekunde	225
6.3	Von numerischer Integration und bestimmten Integralen	234
6.4	Der Fundamentalsatz der Differenzial- und Integralrechnung	240
6.5	Das Integral als Flächeninhalt	245
6.6	Masse, Gewicht und Stoffmenge	248
6.7	Die Kräfteinheit Newton	257
6.8	Watt und Joule	262
6.9	Antiproportional versus Proportional	266
7	Reelle Funktionen	272
7.1	Umkehrfunktionen einstelliger reeller Funktionen	272
7.2	Quadratische Funktionen und Wurzeln	278
7.3	Potenzfunktionen	285
7.4	Ganzrationale Funktionen	296
7.5	Rationale Funktionen	303
7.6	Winkelfunktionen	307
7.7	Tangens gibt es auch noch	315
7.8	Anwendung der Winkelfunktionen auf Dreiecke	319
7.9	Additionstheoreme	324

10		Inhalt
7.10	Miniwinkel	328
7.11	Ableitungen der Winkelfunktionen	331
7.12	Koordinatentransformationen	333
7.13	Noch mehr Koordinatentransformationen	337
7.14	Schwingungen	345
7.15	Die Schwingungsdifferentialgleichung	352
7.16	Die Taylorreihe	355
7.17	Zweite Ableitung und Krümmung	361
7.18	Berg und Tal	365
7.19	Singularitäten	373
7.20	Lawinenartiges Wachstum oder die Exponentialfunktion	379
7.21	Exponentielle Zerfalls- und Abklingprozesse	387
7.22	Der Logarithmus	390
7.23	Andere Basen gibt es auch	397
7.24	Produktintegration und Substitutionsregel	403
7.25	Logarithmische Skalierungen	412
8	Vektoren und Vektorräume	421
8.1	Translationen	421
8.2	Verknüpfung Nr. 1	424
8.3	Noch eine Verknüpfung	427
8.4	Linearkombination, Basis und Dimension	431
8.5	Koordinatenvektoren	440
8.6	Das skalare Produkt	444
8.7	Vektorfelder	457
8.8	Das Kreuzprodukt	473
8.9	Vektorgleichungen und lineare Gleichungssysteme	482
8.10	Der Gaußsche Algorithmus	495
8.11	Matrizengymnastik	499
8.12	Höherdimensionale Vektorräume	517
9	Komplexe Zahlen	527
9.1	Zahlen mit zwei Komponenten?	527
9.2	Mit komplexen Zahlen rechnen	531
9.3	Polarkoordinaten	536
9.4	Funktionen im Komplexen	543
9.5	Komplexe Wurzeln	548
9.6	Berechnung von Stromkreisen mithilfe der komplexen Zahlen	553
9.7	Lineare Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	571
Anhang		585
Ergänzende Hinweise		585
Sachwortverzeichnis		587