

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen der Statik</b>	<b>1</b>
1.1 Die Kraft	1
1.2 Axiome der Statik	3
1.3 Das Schnittprinzip	5
<b>2 Das zentrale ebene Kraftsystem</b>	<b>9</b>
2.1 Äquivalenz	9
2.2 Gleichgewicht	13
2.3 Aufgaben	16
<b>3 Das allgemeine ebene Kraftsystem (Äquivalenz)</b>	<b>17</b>
3.1 Grafische Ermittlung der Resultierenden	17
3.2 Parallele Kräfte	19
3.3 Kräftepaar und Moment	19
3.4 Das Moment einer Kraft	23
3.5 Äquivalenz	24
3.5.1 Versetzungsmoment	24
3.5.2 Analytische Ermittlung der Resultierenden	25
3.6 Fazit zum Thema Äquivalenz	28
<b>4 Schwerpunkte</b>	<b>29</b>
4.1 Schwerpunkte von Körpern	30
4.2 Flächenschwerpunkte	31
4.3 Linienschwerpunkte	36
4.4 Experimentelle Schwerpunktermittlung	37
4.5 Flächenschwerpunkte, Computer-Verfahren	38
4.5.1 Eine durch einen Polygonzug begrenzte ebene Fläche	38
4.5.2 Durch zwei Funktionen begrenzte Fläche	41
4.6 Volumen-, Flächen- und Linienlasten	43
4.7 Aufgaben	45
<b>5 Gleichgewicht des ebenen Kraftsystems</b>	<b>47</b>
5.1 Die Gleichgewichtsbedingungen	47
5.2 Lager und Lagerreaktionen in der Ebene	49
5.3 Statisch bestimmte Lagerung	52
5.4 Aufgaben	59

<b>6 Ebene Systeme starrer Körper</b>	<b>61</b>
6.1 Statisch bestimmte Systeme	61
6.2 Stäbe und Seile als Verbindungselemente	70
6.3 Lineare Gleichungssysteme	73
6.4 Fachwerke	80
6.4.1 Statisch bestimmte Fachwerke	80
6.4.2 Berechnungsverfahren	82
6.4.3 Komplizierte Fachwerke, Computerrechnung	85
6.4.4 Starrkörpersysteme als Fachwerke, Leichtbau	89
6.5 Aufgaben	91
<b>7 Schnittgrößen</b>	<b>93</b>
7.1 Definitionen	93
7.2 Differenzielle Zusammenhänge	99
7.3 Ergänzende Aussagen zu den Schnittgrößen	103
7.4 Aufgaben	107
<b>8 Räumliche Probleme</b>	<b>109</b>
8.1 Zentrales Kraftsystem	109
8.2 Räumliche Fachwerke	115
8.3 Allgemeines Kraftsystem	119
8.3.1 Momente	119
8.3.2 Das Moment einer Kraft	123
8.3.3 Äquivalenz und Gleichgewicht	126
8.4 Schnittgrößen	129
8.5 Aufgaben	131
<b>9 Haftung</b>	<b>133</b>
9.1 Coulombsches Haftungsgesetz	133
9.2 Seilhaftung	137
9.3 Aufgaben	141
<b>10 Elastische Lager</b>	<b>143</b>
10.1 Lineare Federn	143
10.2 Gleichgewicht bei steifen Federn	145
10.3 Gleichgewicht bei weichen Federn	148
10.4 Beurteilung der Gleichgewichtslagen	151
10.5 Aufgaben	155
<b>11 Seilstatik, Kettenlinien, Stützlinien</b>	<b>157</b>
11.1 Das Seil unter Eigengewicht	158
11.2 Das Seil unter konstanter Linienlast	163
<b>12 Grundlagen der Festigkeitslehre</b>	<b>167</b>
12.1 Beanspruchungsarten	167

12.2	Spannungen und Verzerrungen . . . . .	168
12.3	Der Zugversuch . . . . .	170
12.4	Hookesches Gesetz, Querkontraktion . . . . .	172
<b>13</b>	<b>Festigkeitsnachweis</b>	<b>173</b>
13.1	Belastungsarten . . . . .	174
13.2	Dauerfestigkeit . . . . .	175
13.3	Gestaltfestigkeit . . . . .	177
13.4	Zeitfestigkeit . . . . .	179
13.4.1	Spannungskollektive . . . . .	179
13.4.2	Palmgren-Miner, Gaßner-Kurven . . . . .	181
<b>14</b>	<b>Zug und Druck</b>	<b>183</b>
14.1	Spannung, Dehnung . . . . .	183
14.2	Statisch unbestimmte Probleme . . . . .	186
14.3	Temperatureinfluss, Fehlmaße . . . . .	188
14.4	Aufgaben . . . . .	194
<b>15</b>	<b>Der Stab als finites Element</b>	<b>195</b>
15.1	Die Finite-Elemente-Methode (FEM) . . . . .	195
15.2	Fluchtende Stabelemente . . . . .	196
15.3	Ebene Fachwerk-Elemente . . . . .	203
15.4	Temperaturdehnung, Anfangsdehnung . . . . .	207
15.5	Physikalische und mathematische Modelle, Nutzung von FEM-Programmen . . . . .	210
15.6	Aufgaben . . . . .	214
<b>16</b>	<b>Biegung</b>	<b>215</b>
16.1	Biegemoment und Biegespannung . . . . .	215
16.2	Flächenträgheitsmomente . . . . .	220
16.2.1	Definitionen . . . . .	220
16.2.2	Einige wichtige Formeln . . . . .	222
16.2.3	Der Satz von Steiner . . . . .	223
16.2.4	Zusammengesetzte Flächen . . . . .	224
16.2.5	Hauptträgheitsmomente, Hauptzentralachsen . . . . .	227
16.2.6	Formalisierung der Berechnung . . . . .	230
16.2.7	Durch Polygonzüge begrenzte Flächen, beliebig berandete Flächen . . . . .	235
16.3	Gültigkeit der Biegespannungsformel, Widerstandsmomente, Beispiele . . . . .	238
16.4	Aufgaben . . . . .	246
<b>17</b>	<b>Verformungen durch Biegemomente</b>	<b>249</b>
17.1	Differenzialgleichung der Biegelinie . . . . .	249
17.2	Integration der Differenzialgleichung . . . . .	251
17.3	Rand- und Übergangsbedingungen . . . . .	257
17.4	Einige einfache Biegelinien . . . . .	260

17.5	Statisch unbestimmte Systeme	262
17.6	Superposition	268
17.7	Aufgaben	271
<b>18</b>	<b>Computer-Verfahren für Biegeprobleme</b>	<b>273</b>
18.1	Das Differenzenverfahren	273
18.1.1	Differenzenformeln	274
18.1.2	Biegelinie bei konstanter Biegesteifigkeit	275
18.1.3	Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit	279
18.1.4	Vermeiden von Übergangsbedingungen	282
18.1.5	Einige spezielle Randbedingungen	284
18.2	Der Biegeträger als finites Element	288
18.2.1	Element-Steifigkeitsmatrix für Biegeträger	288
18.2.2	Element-Belastungen (Linienlasten)	293
18.2.3	Exakte Lösungen, Näherungslösungen	296
18.2.4	Biegesteife Rahmentragwerke	299
18.3	Aufgaben	305
<b>19</b>	<b>Spezielle Biegeprobleme</b>	<b>307</b>
19.1	Schiefe Biegung	307
19.2	Der elastisch gebettete Träger	312
19.2.1	Differenzialgleichung für den elastisch gebetteten Träger	312
19.2.2	Lösung der Differenzialgleichung der Biegelinie	313
19.2.3	Lösung mit dem Differenzenverfahren	317
19.2.4	Lösung mit der Finite-Elemente-Methode	321
19.3	Der gekrümmte Träger	323
19.3.1	Schnittgrößen	323
19.3.2	Spannungen infolge Biegemoment und Normalkraft	327
19.3.3	Verformungen des Kreisbogenträgers	332
19.3.4	Numerische Berechnung der Verformungen	338
19.4	Aufgaben	341
<b>20</b>	<b>Querkraftschub</b>	<b>343</b>
20.1	Ermittlung der Schubspannungen	343
20.2	Dünnwandige offene Profile, Schubmittelpunkt	349
20.3	Schubspannungen in Verbindungsmitteln	354
20.4	Verformungen durch Querkräfte	356
20.5	Aufgaben	360
<b>21</b>	<b>Torsion</b>	<b>361</b>
21.1	Torsion von Kreis- und Kreisringquerschnitten	361
21.2	St.-Venantsche Torsion beliebiger Querschnitte	366
21.3	St.-Venantsche Torsion dünnwandiger Querschnitte	369
21.3.1	Dünnwandige geschlossene Querschnitte	369

21.3.2	Dünnwandige offene Querschnitte . . . . .	376
21.4	Formeln für die St.-Venantsche Torsion . . . . .	381
21.5	Numerische Lösungen . . . . .	382
21.6	Aufgaben . . . . .	383
<b>22</b>	<b>Zusammengesetzte Beanspruchung</b>	<b>385</b>
22.1	Modelle der Festigkeitsberechnung . . . . .	385
22.2	Der einachsige Spannungszustand . . . . .	387
22.3	Der ebene Spannungszustand . . . . .	389
22.4	Der räumliche Spannungszustand . . . . .	396
22.5	Festigkeitsannahmen . . . . .	399
22.5.1	Normalspannungs- und Schubspannungshypothese . . . . .	400
22.5.2	Gestaltänderungshypothese . . . . .	401
22.5.3	Berechnung von Wellen . . . . .	402
22.6	Aufgaben . . . . .	404
<b>23</b>	<b>Knickung</b>	<b>405</b>
23.1	Stabilitätsprobleme der Elastostatik . . . . .	405
23.2	Stab-Knickung . . . . .	406
23.3	Differenzialgleichung 4. Ordnung . . . . .	414
23.4	Numerische Lösung von Knickproblemen . . . . .	416
23.5	Aufgaben . . . . .	420
<b>24</b>	<b>Formänderungsenergie</b>	<b>421</b>
24.1	Arbeitssatz . . . . .	421
24.2	Formänderungsenergie für Grundbeanspruchungen . . . . .	423
24.3	Satz von MAXWELL und BETTI . . . . .	425
24.4	Verfahren auf der Basis der Formänderungsenergie . . . . .	427
24.5	Statisch bestimmte Probleme . . . . .	434
24.6	Statisch unbestimmte Probleme . . . . .	437
24.7	Aufgaben . . . . .	443
<b>25</b>	<b>Rotationssymmetrische Modelle</b>	<b>445</b>
25.1	Rotationssymmetrische Scheiben . . . . .	445
25.2	Spezielle Anwendungsbeispiele . . . . .	450
25.3	Dünnwandige Behälter (Membranspannungen) . . . . .	455
25.4	Aufgaben . . . . .	456
<b>26</b>	<b>Kinematik des Punktes</b>	<b>457</b>
26.1	Geradlinige Bewegung des Punktes . . . . .	457
26.1.1	Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung . . . . .	457
26.1.2	Kinematische Diagramme . . . . .	462
26.2	Allgemeine Bewegung des Punktes . . . . .	463
26.2.1	Allgemeine Bewegung in einer Ebene . . . . .	463

26.2.2	Beschleunigungsvektor, Bahn- und Normalbeschleunigung . . . . .	466
26.2.3	Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung . . . . .	470
26.2.4	Koppelgetriebe . . . . .	472
26.2.5	Darstellung der Bewegung mit Polarkoordinaten . . . . .	477
26.2.6	Allgemeine Bewegung im Raum . . . . .	480
26.3	Aufgaben . . . . .	481
<b>27</b>	<b>Kinematik starrer Körper</b>	<b>483</b>
27.1	Die ebene Bewegung des starren Körpers . . . . .	483
27.1.1	Reine Rotation . . . . .	483
27.1.2	Translation und Rotation . . . . .	486
27.1.3	Der Momentanpol . . . . .	488
27.1.4	Geschwindigkeit und Beschleunigung . . . . .	491
27.2	Ebene Relativbewegung eines Punktes . . . . .	496
27.3	Bewegung des starren Körpers im Raum . . . . .	501
27.3.1	Reine Rotation . . . . .	501
27.3.2	Allgemeine Bewegung . . . . .	503
27.3.3	Relativbewegung eines Punktes . . . . .	504
27.4	Systeme starrer Körper . . . . .	506
27.5	Aufgaben . . . . .	513
<b>28</b>	<b>Kinetik des Massenpunktes</b>	<b>515</b>
28.1	Dynamisches Grundgesetz . . . . .	515
28.2	Kräfte am Massenpunkt . . . . .	518
28.2.1	Geschwindigkeitsabhängige Bewegungswiderstände . . . . .	518
28.2.2	Massenkraft, das Prinzip von d'Alembert . . . . .	520
28.3	Lösungen für Bewegungs-Differenzialgleichungen . . . . .	525
28.3.1	Problemstellung . . . . .	525
28.3.2	Numerische Integration von Anfangswertproblemen . . . . .	526
28.3.3	Schrittweiten, Fehler, Kontrollen . . . . .	528
28.4	Integration des dynamischen Grundgesetzes . . . . .	532
28.4.1	Arbeit, Energie, Leistung . . . . .	532
28.4.2	Der Impulssatz . . . . .	534
28.4.3	Der Energiesatz . . . . .	535
28.5	Aufgaben . . . . .	539
<b>29</b>	<b>Kinetik starrer Körper</b>	<b>541</b>
29.1	Reine Translation . . . . .	541
29.2	Rotation um eine feste Achse . . . . .	541
29.3	Massenträgheitsmomente . . . . .	547
29.3.1	Massenträgheitsmomente einfacher Körper . . . . .	547
29.3.2	Der Satz von Steiner . . . . .	550
29.3.3	Deviationsmomente, Hauptachsen . . . . .	552
29.4	Beispiele zur Rotation um eine feste Achse . . . . .	559

29.4.1	Allgemeine Beispiele . . . . .	559
29.4.2	Auswuchten von Rotoren . . . . .	564
29.5	Ebene Bewegung starrer Körper . . . . .	568
29.5.1	Schwerpunktsatz, Drallsatz . . . . .	568
29.5.2	Das Prinzip von d'Alembert . . . . .	571
29.5.3	Energiesatz . . . . .	576
29.5.4	Beispiele . . . . .	577
29.6	Räumliche Bewegung starrer Körper . . . . .	585
29.6.1	Schwerpunktsatz, Drallsatz . . . . .	585
29.6.2	Körperfeste Koordinaten, Eulersche Gleichungen, Kreiselbewegung . . . . .	588
29.6.3	Das Kreiselmoment . . . . .	592
29.7	Aufgaben . . . . .	595
<b>30</b>	<b>Kinetik des Massenpunktsystems</b>	<b>597</b>
30.1	Schwerpunktsatz, Impulssatz, Drallsatz . . . . .	597
30.2	Stoß . . . . .	601
30.2.1	Der gerade zentrische Stoß . . . . .	601
30.2.2	Der schiefe zentrische Stoß . . . . .	605
30.2.3	Der exzentrische Stoß . . . . .	607
30.3	Aufgaben . . . . .	610
<b>31</b>	<b>Schwingungen</b>	<b>611</b>
31.1	Harmonische Schwingungen . . . . .	611
31.2	Freie ungedämpfte Schwingungen . . . . .	613
31.2.1	Schwingungen mit kleinen Ausschlägen . . . . .	614
31.2.2	Elastische Systeme . . . . .	616
31.2.3	Nichtlineare Schwingungen . . . . .	619
31.3	Freie gedämpfte Schwingungen . . . . .	620
31.4	Erzwungene Schwingungen . . . . .	623
31.4.1	Schwingungen mit harmonischer Erregung der Masse . . . . .	623
31.4.2	Erregung über Feder und Dämpfer . . . . .	626
31.4.3	Unwuchterregung . . . . .	628
31.4.4	Biegekritische Drehzahlen . . . . .	629
31.5	Aufgaben . . . . .	631
<b>32</b>	<b>Systeme mit mehreren Freiheitsgraden</b>	<b>633</b>
32.1	Freie ungedämpfte Schwingungen . . . . .	633
32.2	Torsionsschwingungen . . . . .	637
32.3	Eigenschwingungen linear-elastischer Systeme . . . . .	640
32.4	Biegekritische Drehzahlen . . . . .	643
32.5	Zwangsschwingungen, Schwingungstilgung . . . . .	644
32.6	Kontinuierliche Massebelegung, unendlich viele Freiheitsgrade . . . . .	648
32.6.1	Biegeschwingungen gerader Träger . . . . .	648
32.6.2	Analytische Lösung für Träger mit konstantem Querschnitt . . . . .	649

32.7 Aufgaben . . . . .	653
<b>33 Prinzipien der Mechanik</b>	<b>655</b>
33.1 Prinzip der virtuellen Arbeit . . . . .	655
33.2 Prinzip der virtuellen Arbeit für Potenzialkräfte, Stabilität des Gleichgewichts . . .	659
33.3 Prinzip von d'Alembert in der Fassung von Lagrange . . . . .	665
33.4 Lagrangesche Bewegungsgleichungen . . . . .	668
33.4.1 Generalisierte Kräfte, Potenzialkräfte . . . . .	668
33.4.2 Virtuelle Arbeit der Massenkräfte . . . . .	669
33.4.3 Lagrangesche Gleichungen 2. Art . . . . .	670
33.5 Prinzip vom Minimum des elastischen Potentials . . . . .	676
33.5.1 Das Verfahren von Ritz . . . . .	679
33.5.2 Randwertproblem und Variationsproblem . . . . .	683
33.5.3 Verfahren von Ritz mit bereichsweise geltenden Ansatzfunktionen . . . . .	687
33.5.4 Verfahren von Ritz und Finite-Elemente-Methode . . . . .	689
33.6 Aufgaben . . . . .	693
<b>34 Methode der finiten Elemente</b>	<b>695</b>
34.1 Zugang zur Theorie . . . . .	695
34.2 Ein- bzw. zweidimensionale FEM-Modelle . . . . .	698
34.2.1 Elementauswahl, Vernetzung . . . . .	699
34.2.2 Reduktion der Elementlasten, Realisierung der Lagerung . . . . .	701
34.2.3 Die Element-Steifigkeitsmatrix . . . . .	702
34.3 Weitere Elementtypen, Testrechnungen . . . . .	705
34.3.1 Scheibenelement mit 16 Freiheitsgraden . . . . .	705
34.3.2 Konische Welle . . . . .	709
34.3.3 St.-Venantsche Torsion . . . . .	712
34.4 Aufgaben . . . . .	714
<b>35 Verifizieren von Computerrechnungen</b>	<b>715</b>
35.1 Allgemeine Empfehlungen . . . . .	716
35.2 Beispiele . . . . .	719
<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>747</b>