

Inhalt

1	Grundlegende Begriffe	11
1.1	Zahlbereiche	11
1.1.1	Reelle Zahlen	11
1.1.2	Intervalle	12
1.1.3	Reelle Variablen	12
1.1.4	Maximum und Minimum	13
1.2	Mengenoperationen und -relationen	14
1.3	Tupel und Vektoren	15
1.3.1	Tupel und Zeilenvektoren	15
1.3.2	Spaltenvektoren	15
1.3.3	Kartesisches Produkt	16
1.4	Funktionen	16
1.4.1	Grundbegriffe für Funktionen	16
1.4.2	Verkettung von Funktionen	17
1.4.3	Identität	17
1.4.4	Umkehrfunktion	18
1.5	Matrizen	19
1.6	Operationen zwischen Matrizen und Vektoren . . .	20
1.6.1	Transposition	20
1.6.2	Addition und skalare Multiplikation	21
1.6.3	Matrixprodukt	21

2	Lineare Gleichungssysteme	23
2.1	Zeilenumformungen und Zeilenstufenform	24
2.1.1	Zeilenstufenform	24
2.1.2	Basisform	25
2.2	Lösungsmenge eines LGS anhand der Zeilenstufenform	25
2.3	Eliminationsverfahren nach Gauß	26
3	Vektoren	27
3.1	Linearkombinationen	27
3.1.1	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit .	28
3.1.2	Lineare Hülle, Bild	28
3.2	Untervektorraum, Basis und Dimension	28
3.2.1	Dimension und Basis eines Untervektorraums	29
3.2.2	Bestimmung einer Basis von $\text{Kern}(A)$. . .	29
3.3	Skalarprodukt, Norm und Abstand	30
3.3.1	Skalarprodukt	30
3.3.2	Norm eines Vektors	30
3.3.3	Winkel zwischen Vektoren	30
3.3.4	Abstand und Offenheit	31
3.4	Projektionen	32
3.4.1	Normalgleichungen	32
3.4.2	Orthonormale Projektion	32
4	Matrizen	33
4.1	Regeln für das Rechnen mit Matrizen	33
4.2	Quadratische Matrizen	33
4.3	Inverse Matrix	34
4.3.1	Berechnung der inversen Matrix	34
4.3.2	Inverse einer 2×2 -Matrix	35
4.3.3	Lösung von LGS mit Matrixinversion	35
4.4	Determinanten quadratischer Matrizen	35
4.4.1	Determinanten in Spezialfällen	35

4.4.2	Determinante und Zeilenumformungen . . .	36
4.4.3	Determinantenberechnung durch Entwicklung	36
4.4.4	Weitere Rechenregeln	36
4.5	Anwendungen der Determinante	37
4.5.1	Prüfung auf Invertierbarkeit	37
4.5.2	Cramer'sche Regel	37
4.5.3	Eigenwerte	37
4.6	Symmetrische Matrizen	38
4.6.1	Eigenwerte symmetrischer Matrizen	38
4.6.2	Eigenvektoren symmetrischer Matrizen . . .	38
4.7	Definitheit	38
4.7.1	Determinantenkriterium für Definitheit . . .	39
4.7.2	Determinantenkriterium für Semidefinitheit	39
4.7.3	Eigenwertkriterium für (Semi-)Definitheit .	40
4.7.4	Eingeschränkte Definitheit	40

5 Folgen und Reihen 41

5.1	Folgen in den Wirtschaftswissenschaften	41
5.1.1	Summen- und Differenzenfolge	41
5.1.2	Explizite und implizite Bildungsgesetze . . .	42
5.1.3	Monotone Folgen	42
5.1.4	Beschränkte Folgen	42
5.2	Grenzwerte	43
5.2.1	Konvergente Folgen	43
5.2.2	Eigenschaften konvergenter Folgen	43
5.2.3	Grenzwertsätze	44
5.2.4	Unendliche Reihen	44
5.3	Wichtige Folgen	44
5.3.1	Arithmetische Folge	44
5.3.2	Ganzrationale bzw. rationale Folge	45
5.3.3	Gebrochen-rationale Folge	46
5.3.4	Geometrische Folge	46

5.4	Potenzreihen	47
5.4.1	Konvergenzkriterium	47
5.4.2	Ableiten von Potenzreihen	48
5.4.3	Koeffizientenvergleich	48
5.4.4	Wichtige Potenzreihen	48
5.5	Finanzmathematische Folgen und Reihen	49
5.5.1	Grundformel der Kapitalentwicklung	50
5.5.2	Endwert und Barwert	51
5.5.3	Kapitalwert und interner Zinsfuß	52
6	Funktionen einer Variable	53
6.1	Grundlegende Sprechweisen	53
6.1.1	Graph einer Funktion	53
6.1.2	Ordinatenabschnitt und Nullstellen	54
6.1.3	Monotonie	54
6.1.4	Krümmungsverhalten	55
6.1.5	lokale und globale Extrema	56
6.1.6	Wendestellen	58
6.2	Rationale Funktionen	59
6.2.1	Ganzrationale Funktionen	59
6.2.2	Gebrochen-rationale Funktionen	60
6.2.3	Nullstellen	60
6.2.4	Partialbruchzerlegung	62
6.2.5	Ableitungen und Stammfunktionen	62
6.3	Exponentialfunktion, Logarithmus und Potenz	63
6.3.1	Exponentialfunktion	63
6.3.2	Logarithmus	64
6.3.3	Potenzfunktion	65
6.4	Trigonometrische Funktionen	66
6.4.1	Funktionswerttabelle	66
6.4.2	Rechenregeln	67
6.4.3	Ableitungen und Stammfunktionen	67

6.5	Betragsfunktion	67
6.6	Indikatorfunktion	68
7	Differentialrechnung	69
7.1	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	69
7.1.1	Funktionsgrenzwert	69
7.1.2	Stetigkeit	69
7.2	Partielle Ableitung und Differential	70
7.2.1	Gradient	70
7.2.2	Differential	70
7.3	Ableitungen bei Funktionen einer Variable	71
7.3.1	Ableitungsregeln	71
7.3.2	Ableitungen und Stammfunktionen für Funktionen einer Variablen	72
7.4	Kettenregeln	72
7.5	Ableitungsbegriffe auf Grundlage des Differentials	72
7.5.1	Richtungsableitung	73
7.5.2	Elastizität	73
7.5.3	Implizite Ableitungen	74
7.6	Homogene Funktionen	75
7.7	Ableitungen zweiter Ordnung	76
7.7.1	Hesse-Matrix und Richtungskrümmung	76
7.7.2	Konvexe und konkave Funktionen	76
8	Integralrechnung	77
8.1	Stammfunktionen und unbestimmte Integrale	77
8.2	Bestimmte Integrale	78
8.2.1	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	79
8.2.2	Integrationsregeln	79
8.2.3	Uneigentliche Integrale	80
8.3	Mehrfachintegrale	80

Inhalt

8.3.1	Uneigentliche Mehrfachintegrale	81
8.3.2	Jordan-Mengen	81
8.3.3	Integrationsregeln	82
8.3.4	Doppelintegrale bei stetigen Funktionen . .	83
9	Optimierung differenzierbarer Funktionen	85
9.1	Optimierung ohne Nebenbedingungen	85
9.1.1	Notwendige Bedingung	85
9.1.2	Hinreichende Bedingung	85
9.1.3	Konvexe Optimierung	86
9.2	Optimierung mit Nebenbedingungen	86
9.2.1	Lagrange-Funktion	86
9.2.2	Kuhn-Tucker-Bedingungen	87
9.2.3	Notwendige Bedingung für lokales Minimum	87
9.2.4	Hinreichende Bedingung für lokales Minimum	87
9.2.5	Randwertvergleich für globale Extrema . . .	88
9.2.6	Satz von Kuhn-Tucker, Konvexe Optimierung	88
9.3	Optimierung bei exogenen Parametern	88
	Symbole und Abkürzungen	89
	Das griechische Alphabet	94
	Index	95