

Inhalt

Einleitung — 1

1 Interpretierbarkeit — 15

- 1.1 Relative Interpretierbarkeit — 15
- 1.2 Interpretationen von Konstanten- und Funktionssymbolen — 16
- 1.3 Interpretierbarkeit mehrsortiger Theorien — 22
- 1.4 Mehrdimensionale Interpretierbarkeit — 26
 - 1.4.1 Elimination der Mehrdimensionalität durch kartesische Produkte — 29
 - 1.4.2 Elimination der Mehrdimensionalität durch eine Paarfunktion — 33
 - 1.4.3 Modelltheoretische Charakterisierung — 38
- 1.5 Identitätsmodifizierende Interpretierbarkeit — 41
- 1.6 Mehrdimensionale, identitätsmodifizierende Interpretierbarkeit — 43
- 1.7 Interpretierbarkeit mit Parametern — 45
 - 1.7.1 Elimination der Parameter durch Skolemfunktionen — 48
 - 1.7.2 Elimination der Parameter durch Konstanten — 50
 - 1.7.3 Elimination der Parameter durch mehrdimensionale Interpretationen — 54
- 1.8 Interpretierbarkeit von Theorien mit Modellen endlicher Mächtigkeit — 60

2 Die Theorie der reell abgeschlossenen Körper RCF — 63

- 2.1 Die Theorie RCF — 63
- 2.2 Alternative Axiomatisierungen von RCF — 68
- 2.3 Definierbarkeit in RCF — 72

3 Negative Resultate über Interpretierbarkeit in RCF — 80

- 3.1 Theorien mit einer Paarfunktion — 80
- 3.2 Theorien atomarer Boole'scher Algebren — 83
- 3.3 Theorien mit diskreter Ordnung — 86
- 3.4 Arithmetische Theorien — 88
- 3.5 Verallgemeinerungen des Interpretierbarkeitsbegriffs — 89

4 Interpretierbarkeit zwischen Theorien von Körpern — 98

- 4.1 Endliche Körper — 98

4.2	Körper der rationalen Zahlen —	98
4.3	Unendliche Körper —	99
4.4	Körper der komplexen Zahlen —	101
4.5	Schiefkörper der Quaternionen —	105
5	Arithmetisierung der Geometrie —	107
5.1	Elementare Geometrien und ihre Arithmetisierungen —	107
5.1.1	Euklidische Geometrie —	108
5.1.2	Nicht-euklidische Geometrien —	115
5.2	Alternative Formalisierungen —	118
5.3	Konverse der Arithmetisierung —	119
5.3.1	Mehrdimensionale Interpretationen in P_n —	122
6	Eine erststufige Theorie reeller und natürlicher Zahlen —	133
6.1	Die Theorie $RCFN$ —	133
6.2	Folgen reeller Zahlen —	140
6.3	Beispiel: Satz von Bolzano-Weierstraß —	154
7	Zweitstufige Theorien der reellen Zahlen —	156
7.1	Genetische Konzeption —	156
7.1.1	Von natürlichen zu ganzen Zahlen —	157
7.1.2	Von ganzen zu rationalen Zahlen —	158
7.1.3	Von rationalen zu reellen Zahlen —	160
7.1.4	Interpretierbarkeit in Arithmetik —	161
7.1.5	Interpretierbarkeit von RCF —	171
7.2	Axiomatische Konzeption —	172
7.2.1	Interpretierbarkeit von PA —	173
7.2.2	Konverse Interpretation in Arithmetik —	178
7.2.3	Dyadische Sprache —	187
	Schluss —	192
	Anhang —	225
A	Interpretation der Axiome der hyperbolischen Geometrie —	225
B	Interpretation der Axiome der elliptischen Geometrie —	232
C	Beweis der Axiome von RCF in der genetischen Konzeption —	242
	Literatur —	259
	Sachregister —	265