

Inhaltsverzeichnis

- 1 Die natürlichen und die ganzen Zahlen** 1
 - 1.1 Die Pythagoreer 1
 - 1.2 Figurierte Zahlen 4
 - 1.3 Dreieckszahlen 9
 - 1.4 Teilbarkeit 13
 - 1.5 Der ggT 16
 - 1.6 Primzahlen 25
 - 1.7 Die Peano-Axiome 35
 - 1.8 Die ganzen Zahlen 40
 - Literatur 47
- 2 Stellenwertsysteme und Teilbarkeitsregeln** 49
 - 2.1 Frühe Zahlendarstellungen 49
 - 2.2 Rechnen auf den Linien: Abakus, Rechentisch, Rechentuch 53
 - 2.3 Stellenwertsysteme 56
 - 2.4 Rechnen mit Stellenwertsystemen 64
 - 2.5 Teilbarkeitsregeln 70
 - 2.6 Quersummenregeln 73
 - Literatur 80
- 3 Rechnen mit Resten** 81
 - 3.1 Reste 82
 - 3.2 Restklassen 93
 - 3.3 Multiplikation von Restklassen 98
 - 3.4 Der chinesische Restsatz 100
 - 3.5 Die Sätze von Fermat und Euler 106
 - 3.6 Public-Key-Kryptographie 115
 - Literatur 121
- 4 Rationale Zahlen** 123
 - 4.1 Konstruktion der rationalen Zahlen 124

4.2	Rechnen mit rationalen Zahlen	129
4.3	Kleiner und größer	135
4.4	Anwendung: Gleichungen	142
4.5	Variable, Terme, Gleichungen	144
4.6	Lineare Gleichungssysteme	148
	Literatur	154
5	Irrationale Zahlen	155
5.1	Die erste irrationale Zahl	156
5.2	Viele irrationale Zahlen	160
5.3	Dezimalbrüche	168
5.4	Dezimalbrüche und rationale Zahlen	172
5.5	Anwendung: Lösung von quadratischen Gleichungen	178
	Literatur	184
6	Polynome	185
6.1	Definition	185
6.2	Multiplikation von Polynomen	191
6.3	Nullstellen	197
6.4	Irreduzible Polynome	202
6.5	Polynome als Bausteine für Körper	208
6.6	Endliche Körper	213
	Literatur	219
7	Algebraische Zahlen	221
7.1	Algebraische Zahlen	221
7.2	Adjunktion einer Zahl	225
7.3	Der Grad einer Körpererweiterung	229
7.4	Algebraische Erweiterungen	233
7.5	Konstruierbare Zahlen	235
7.6	Transzendente Zahlen	248
	Literatur	258
8	Gruppen	259
8.1	Ein erster Eindruck	259
8.2	Die Definition	271
8.3	Endliche Gruppen	276
8.4	Zyklische Gruppen	285
8.5	Faktorgruppen	289
8.6	Fehlererkennende Codes	292
8.7	Fehler an zwei Stellen	297
	Literatur	306

9	Gleichungen	307
9.1	Komplexe Zahlen	307
9.2	Nullstellen	312
9.3	Die Gleichung dritten Grades	320
9.4	Elementarsymmetrische Polynome	327
9.5	Auflösbarkeit von Gleichungen	329
	Literatur	335
10	Hinweise zur Lösung der Aufgaben	337
10.1	Kapitel 1	337
10.2	Kapitel 2	342
10.3	Kapitel 3	346
10.4	Kapitel 4	349
10.5	Kapitel 5	352
10.6	Kapitel 6	355
10.7	Kapitel 7	360
10.8	Kapitel 8	364
10.9	Kapitel 9	371
	Personen- und Sachverzeichnis	375